

La lògica difusa i la seva aplicació al reconeixement de formes per correlació

Josep Ferré,* Santiago Vallmitjana† i Salvador Bosch‡

Introducció

Us heu sentit mai equilibristes de pa sucat amb oli i heu provat d'aguantar dreta l'escombria a la punta d'un dit? Si mai ho heu fet haureu vist que no és tan difícil com sembla: seguint unes senzilles regles dictades pel sentit comú (com per exemple: *si el bastó cau cap a l'esquerra, cal moure la mà cap a l'esquerra*) es pot mantenir l'equilibri de manera indefinida. L'escombria no cau fins que perdem la concentració en els seus moviments o bé quan ens cansem de fer l'enze pel passadís.

Sorprenentment, aquest problema, conegut amb el nom de *problema del pèndol vertical*, i que sembla tan fàcil, en la pràctica és un dels més difícils de resoldre des del formalisme de la mecànica analítica. Si es considera un sistema com el de la figura 1, amb només dos graus de llibertat, se n'escriu el hamiltonià i es troben les equacions del moviment, apareixen unes equacions no lineals i acoblades que tenen solució caòtica. En aquest article no volem entrar en el caos, o almenys no tan aviat; el que és sorprenent és que el conjunt de coneixements empírics de mecànica que els humans posseïm (i que apliquem, per exemple, per mantenir-nos en equilibri quan caminem) juntament amb el raonament són suficients per resoldre aquest problema gairebé instantàniament i mantenir així l'escombria dreta, i, a més, amb un nombre força més alt de graus de llibertat!

La lògica difusa es va crear com una eina per emular el que fa una persona quan vol mantenir en equilibri una escombria, és a dir, tenir control d'un sistema que és difícil (o bé impossible) de controlar amb altres eines conegudes a partir d'un conjunt reduït de regles simples i fent servir un raonament de tipus lingüístic.

La lògica difusa i la teoria de conjunts difusos van ser desenvolupades per L. A. Zadeh a la primèria dels anys seixanta i es van donar a conèixer el 1965 en un dels articles més citats dels darrers temps (Zadeh, 1965). La idea bàsica que hi ha darrere aquestes teories és la de genera-

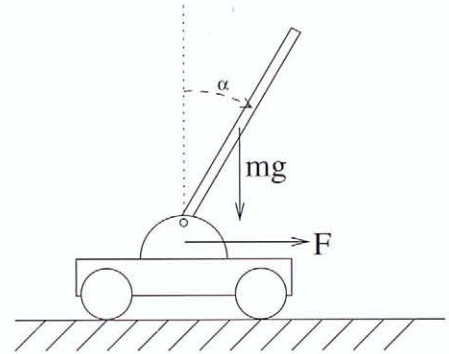


Figura 1: Esquema d'un pèndol invertit de massa m controlat per una força F . La força depèn de l'angle α i de la velocitat angular $\dot{\alpha}$

litzar la lògica i la teoria de conjunts clàssiques perquè puguin modelitzar dades amb una certa ambigüitat en la seva definició, i es puguin aprofitar per fer raonaments de tipus lingüístic de la mateixa manera que ho fan els humans. Des de la seva introducció, els camps d'aplicació de la lògica difusa no han parat de créixer i avui dia és present en un gran nombre d'aplicacions, entre les quals es poden destacar el processament de senyal, el control de sistemes, la predicció de sèries temporals, o els sistemes experts.

En aquest treball es pretén fer una introducció a les idees bàsiques de la lògica difusa a través d'un exemple de la seva aplicació al reconeixement de formes en una imatge. Concretament, la lògica difusa es farà servir per millorar la qualitat de la detecció en sistemes òptics de reconeixement de formes per correlació (vegeu altres números de la *Revista de Física*, com per exemple Juvells *et al.*, 1991; Romera *et al.*, 1996); per aconseguir-ho, es farà un postprocessament de la sortida d'aquests sistemes. La lògica difusa ofereix l'avantatge que en el processament es pot incloure informació addicional que és difícil de quantificar de manera objectiva (per exemple, forma dels pics de correlació) i que pot ser útil a l'hora de realitzar la tasca que es desitja.

El que resta d'aquest treball s'organitza de la manera següent: en un primer apartat s'introdueixen els elements bàsics de la lògica difusa i dels sistemes d'in-

*Josep Ferré (El Perelló, 1971) és doctor en Física per la Universitat de Barcelona (1998) i actualment fa una estada postdoctoral a l'IOF del Fraunhofer Institute de Jena (Alemanya).

†Santiago Vallmitjana (Barcelona, 1949) és doctor en Física per la Universitat de Barcelona (1980) i professor titular d'Òptica.

‡Salvador Bosch (Reus, 1957) és doctor en Física per la UB (1985) i actualment és professor titular d'Òptica.

ferència basats en lògica difusa que s'aplicaran posteriorment; després es recorden els conceptes bàsics de detecció de formes per correlació òptica i, llavors, es presenta un exemple de l'aplicació de la lògica difusa al postprocessament dels resultats dels correladors òptics; finalment, s'inclou una síntesi de les conclusions del treball.

Elements bàsics de lògica difusa

La generalització de la lògica clàssica

Tal com s'ha dit abans, la lògica difusa i la teoria de conjunts difusa són una ampliació de la lògica i la teoria de conjunts clàssiques. La idea generadora d'aquesta ampliació és que cal canviar el concepte clàssic de pertinença a un conjunt. En teoria clàssica de conjunts un element x de l'espai de mostra X només té dues possibilitats: pertànyer o no pertànyer a un determinat conjunt A . En teoria de conjunts difusa, en canvi, un element qualsevol x pertany a un conjunt amb un cert grau de pertinença que pot prendre qualsevol valor de l'interval $[0,1]$.

Per exemple, en teoria clàssica el conjunt que contindria tots els valors grans de l'angle d'inclinació del pèndol invertit de la figura 1 rebria el nom d'*angle gran* i es definiria com tots aquells valors que superessin una certa inclinació, diguem-ne de $\pi/4$ rad:

$$\text{Angle gran} = \left\{ \alpha \mid \alpha > \frac{\pi}{4} \text{ rad} \right\}. \quad (1)$$

Per contra, un conjunt difús amb la mateixa etiqueta es representaria amb l'ajut d'una funció característica $\mu_{gran}(\alpha)$ que dóna el grau de pertinença al conjunt per a cada valor α , per exemple:

$$\begin{aligned} \text{Angle gran} &= \{ \alpha \text{ amb } \mu_{gran}(\alpha) \}, \\ \text{on } \mu_{gran}(\alpha) &= \begin{cases} 0 & \text{si } \alpha < \pi/5 \text{ rad} \\ \frac{\alpha - \pi/5}{\pi/4 - \pi/5} & \text{si } \pi/5 \text{ rad} \leq \alpha < \pi/4 \text{ rad} \\ 1 & \text{si } \alpha \geq \pi/4 \text{ rad.} \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

Amb aquesta definició, un angle d'inclinació de $2\pi/9$ rad és gran amb grau de pertinença $\mu_{gran}(2\pi/9) = 4/9$. Aquesta definició de conjunt difús conté com a cas particular els conjunts clàssics, que són aquells que la funció característica només pren valors 0 o 1.

Prenent com a base aquesta primera idea es poden anar generalitzant els altres conceptes de teoria de conjunts clàssica i, per extensió, de lògica clàssica. L'única condició que es demana a aquesta generalització és que inclogui com a cas particular la lògica clàssica. Així, la unió de dos conjunts difusos es pot expressar en relació amb la seva funció característica, que és resultat de combinar les funcions característiques dels dos conjunts amb l'operador *o-lògic* (\vee) generalitzat. En aquest treball s'ha escollit l'operació de trobar el màxim d'un

conjunt de valors per calcular aquest operador:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}. \quad (3)$$

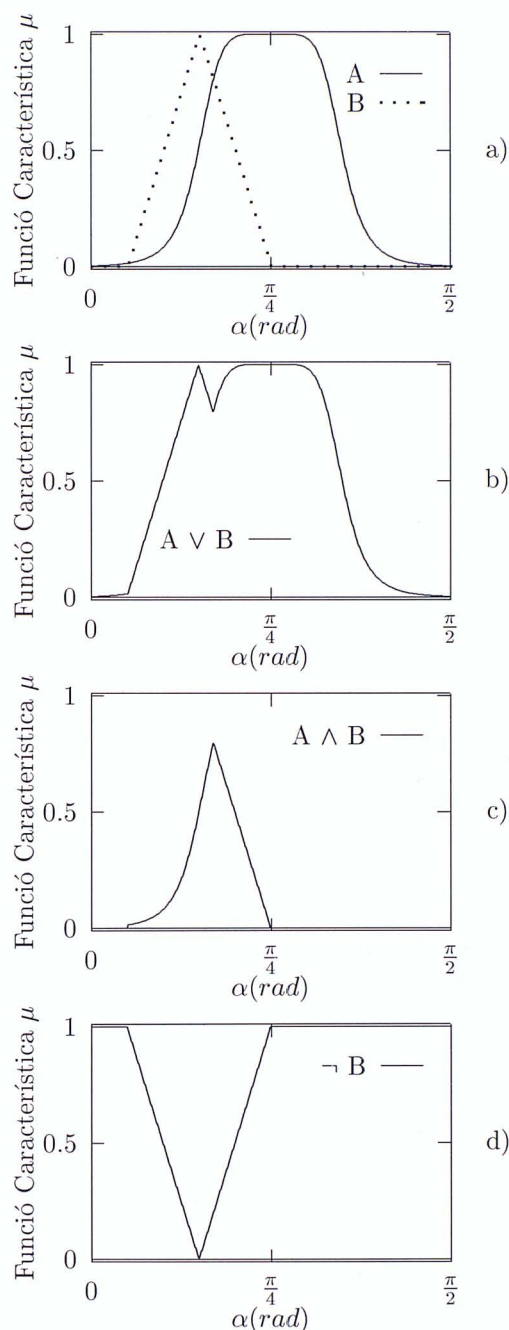


Figura 2: Exemples d'aplicació dels operadors lògics generalitzats en lògica difusa. a) Definició de dos conjunts difusos A i B . b) Unió dels conjunts A i B amb l'operador \vee . c) Intersecció de A i B amb l'operador \wedge . d) Complementari de B calculat amb l'operador \neg

De la seva banda, l'operador *i-lògic* (\wedge) i la intersecció de conjunts es generalitzen amb l'ajut de l'operació mínim:

$$\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}. \quad (4)$$

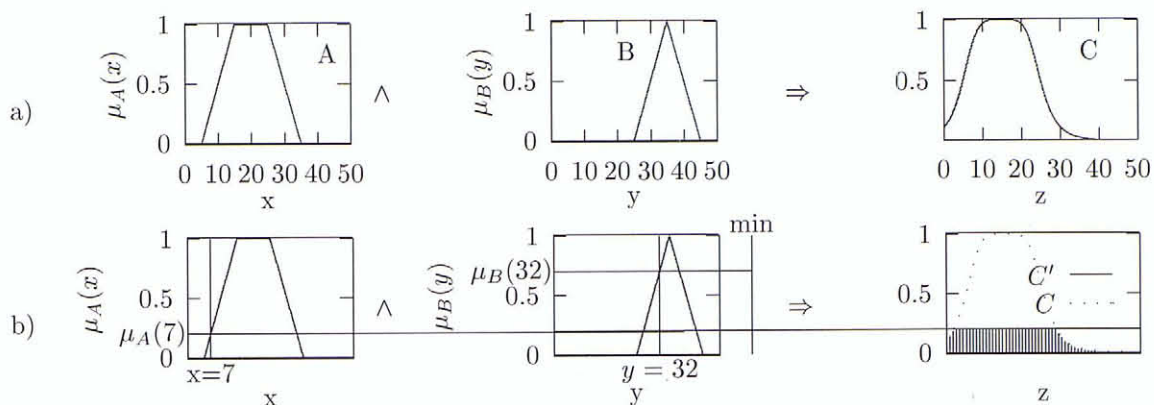


Figura 3: Exemple d'una regla d'inferència amb dues entrades. a) Formulació de la regla d'inferència del tipus *si x és A i y és B llavors z és C*. b) Aplicació de la regla per a uns valors concrets de *x* i *y*

Finalment, per trobar el complementari d'un conjunt A (\bar{A}) cal aplicar l'operador de *negació* (\neg) a la seva funció característica. Aquesta operació en lògica difusa consisteix a restar 1 menys la funció característica de A :

$$\mu_{\bar{A}}(x) = \neg(\mu_A(x)) = 1 - \mu_A(x). \quad (5)$$

A la figura 2 es mostra un exemple de cadascuna d'aquestes operacions amb un parell de conjunts difusos. La manera més natural de representar gràficament els conjunts difusos és mitjançant la seva funció característica; així, en a es defineixen dos conjunts difusos A i B i es donen les seves funcions característiques corresponents. Llavors, a la resta de gràfics es representa el resultat de les diferents operacions entre conjunts difusos que s'acaben de veure aplicades als conjunts A i B . Amb aquestes definicions es té una part dels conceptes bàsics que es necessiten per formular un sistema que sigui útil per processar informació. L'altre constituent bàsic d'un sistema com aquest són les regles d'inferència. Una regla d'inferència és una proposició del tipus *si a és A \Rightarrow B*, de manera que si es compleix una determinada premissa ("a és A" o "a pertany a A"), llavors se'n pot deduir un resultat (és a dir, un conjunt B o bé una condició que el defineixi). En lògica clàssica una premissa només pot o bé complir-se o bé no complir-se i, per tant, el mateix passa amb el resultat de la regla. En canvi, en una regla d'inferència difusa les premisses es compleixen en un cert grau, en ser relacions entre elements i conjunts difusos; això significa que el resultat estarà influenciat pel grau en què es compleixi la premissa.

Així doncs, en definir una regla d'inferència difusa caldrà tenir en compte aquest fet; és a dir, una regla d'inferència difusa serà una expressió del tipus *si a és A \Rightarrow B*, on A i B són conjunts difusos i on la premissa és una relació de pertinença que es compleix en un cert grau. Això fa que la regla només es compleixi fins a aquest grau i, consegüentment que el conjunt resultant no sigui el mateix conjunt difús B , sinó un altre conjunt B' , amb una funció característica que no pot superar el

valor del grau en què es compleix la regla d'inferència. Més concretament, la funció característica d'aquest conjunt difús B' és:

$$\mu_{B'}(x) = \min\{\mu_A(a), \mu_B(x)\}. \quad (6)$$

Els conceptes vistos fins ara es poden combinar per generar operacions de lògica difusa més complexes. Per exemple, una regla amb més d'una premissa és equivalent a una regla amb una sola premissa, on el grau en què es compleix l'entrada és el resultat d'aplicar un operador *i*-lògic a totes les premisses de la regla. Per exemple, una regla amb dues premisses es pot escriure de la forma: *si a és A i b és B \Rightarrow c és C*, i el resultat per a una entrada donada és un conjunt difús C' amb funció característica:

$$\mu_{C'}(x) = \min\{\min\{\mu_A(a), \mu_B(b)\}, \mu_C(x)\}. \quad (7)$$

Com a exemple d'això, a la figura 3 es mostra l'aplicació d'una regla d'inferència amb dues entrades.

Els sistemes d'inferència difusos

Per completar aquesta introducció dels elements bàsics de lògica difusa s'introdueix el que s'anomena *sistema d'inferència difús* (Jang *et al.*, 1995). Aquest sistema implementa un conjunt de regles de forma que, donades unes premisses, se'n puguin inferir unes accions determinades. Els sistemes d'inferència difusos s'apliquen de manera comuna en el camp del control de sistemes. Així, les regles que s'implementen són les regles necessàries per mantenir un sistema donat en l'estat desitjat; en el cas del pèndol invertit, per mantenir-lo en equilibri. Un sistema d'inferència difús consta de tres etapes: una primera etapa en què els valors concrets de les variables que s'obtenen del sistema que es vol controlar es transformen en valors difusos. La segona etapa és la d'inferència, en què els valors de conjunts difusos que s'han obtingut a la primera etapa es fan servir com a premisses per a tot un conjunt de regles. El resultat final d'aquesta segona

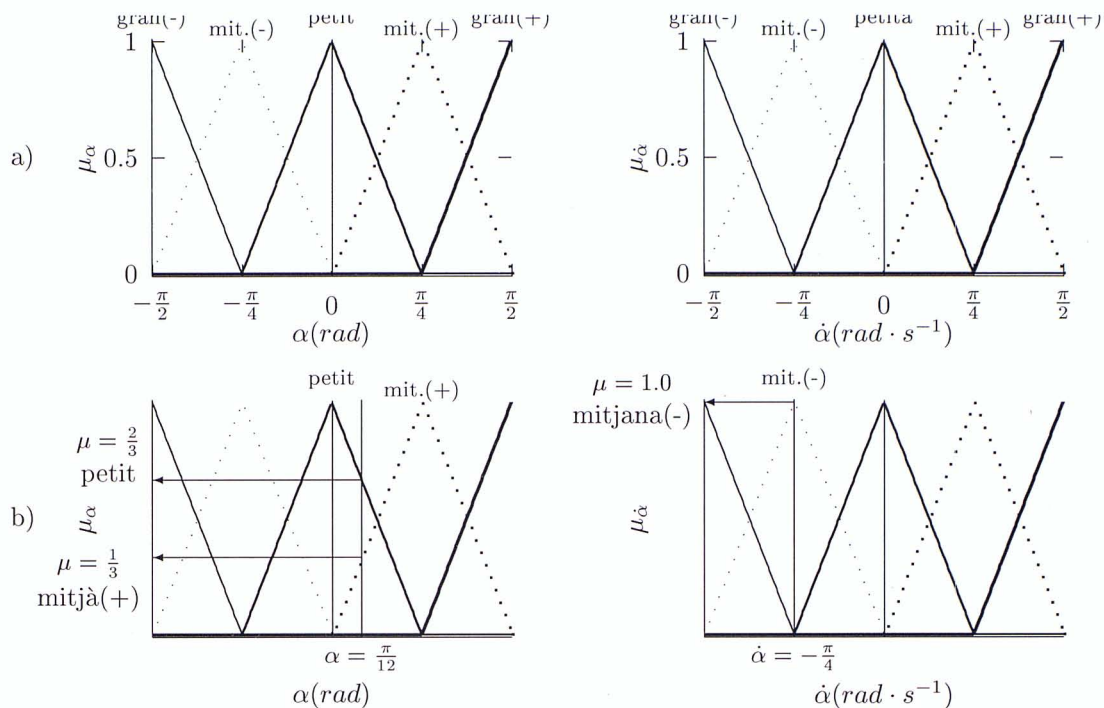


Figura 4: Exemple de l'etapa de modificació difusa d'uns valors concrets d'angle i velocitat angular. a) Definició dels conjunts difusos d'entrada. b) Modificació difusa de la parella de valors $\alpha = \pi/12$ i $\dot{\alpha} = -\pi/4$.

etapa és un conjunt difús que combina els resultats de totes aquestes regles. Finalment, hi ha una tercera etapa que s'anomena de concreció difusa, ja que el seu objectiu és convertir el conjunt difús que resulta de l'etapa d'inferència en un valor o en una acció concrets.

La primera etapa d'un sistema d'inferència difús, que s'encarrega de convertir els valors concrets de les variables que caracteritzen l'estat del sistema en elements de conjunts difusos amb un cert grau de pertinença, s'anomena l'etapa de modificació difusa. Per establir aquesta etapa cal determinar les variables característiques del sistema que es vol controlar i, a més, definir quins seran els conjunts difusos en què es podran convertir els valors concrets d'aquestes variables. Aquests conjunts difusos s'anomenen *conjunts difusos d'entrada* i hauran de complir la condició que es puguin derivar valors difusos a partir de qualsevol valor concret possible.

Com a exemple de l'etapa de modificació difusa en un sistema per controlar un pèndol invertit es mostra la figura 4 on, a la primera fila, es defineixen els conjunts difusos per a les dues variables que caracteritzen el pèndol i que són rellevants per al seu control. Aquestes variables són l'angle del pèndol, α , i la seva velocitat angular, $\dot{\alpha}$. S'han assignat als conjunts difusos els valors lingüístics gran(-), mitjà(-), petit, mitjà(+) i gran(+) que corresponen a valors d'angle (de velocitat angular) grans, mitjans o petits i amb signes positius o negatius. A la segona línia de gràfics de la mateixa figura es mostra la traducció dels valors concrets ($\alpha = \pi/12$ rad,

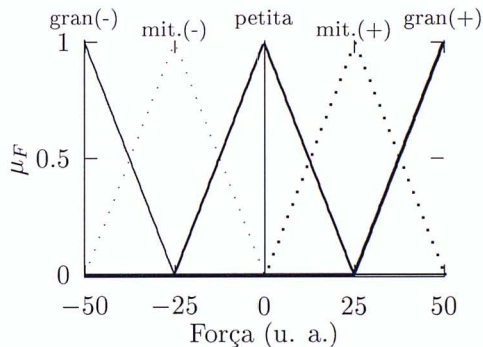


Figura 5: Definició dels conjunts difusos de sortida

$\dot{\alpha} = \pi/4$ rad s⁻¹), el resultat d'aquesta traducció es pot expressar com:

$$\begin{aligned} \alpha \text{ és } & \textit{petit} \text{ amb grau } \frac{2}{3}, \\ \alpha \text{ és } & \textit{mitjà}(+) \text{ amb grau } \frac{1}{3}, \\ \dot{\alpha} \text{ és } & \textit{mitjana}(+) \text{ amb grau } 1. \end{aligned} \quad (8)$$

Com es pot veure, amb aquest esquema un mateix valor concret pot donar lloc a més d'un valor difús amb diferents graus de pertinença; aquest és un fet força comú en lògica difusa.

L'etapa d'inferència constitueix el nucli d'aquest sis-

Velocitat $\dot{\alpha}$	Angle α				
	gran(-)	mitjà(-)	petit	mitjà(+)	gran(+)
gran(-)	gran(-)	gran(-)	mitjana(-)	mitjana(-)	petita
mitjana(-)	gran(-)	mitjana(-)	mitjana(-)	petita	mitjana(+)
petita	mitjana(-)	mitjana(-)	petita	mitjana(+)	mitjana(+)
mitjana(+)	mitjana(-)	petita	mitjana(+)	mitjana(+)	gran(+)
gran(+)	petita	mitjana(+)	mitjana(+)	gran(+)	gran(+)

Taula 1: Taula amb el conjunt de regles per a l'exemple de control d'un pèndol invertit

tema. En aquesta etapa s'obté una sortida a partir dels valors difusos que s'han extret a l'etapa anterior. Per derivar aquesta sortida s'aplica un conjunt de regles d'inferència que implementen l'estratègia de control que es vol aplicar al sistema. Cadascuna d'aquestes regles correspon a una possible combinació dels valors difusos que poden caracteritzar el sistema. Tal com s'ha vist, el resultat de cada regla d'inferència és un conjunt difús; així, el resultat global serà la combinació de tots aquests conjunts difusos mitjançant un operador *o*-lògic. Com que es tracta de conjunts difusos, aquesta combinació no és altra que la unió difusa dels resultats de totes les regles. Per determinar aquesta etapa d'inferència cal definir els conjunts difusos de sortida que seran el resultat de les regles i el mateix conjunt de regles. Tant la definició del conjunt de sortida com de les regles es fa a partir d'un coneixement empíric del comportament del sistema o seguint un criteri de sentit comú.

Seguint amb l'exemple del control del pèndol invertit, a la figura 5 es pot veure la definició dels conjunts de sortida. Aquests conjunts representen diferents valors difusos de la força horitzontal F que s'aplica sobre el pèndol. Les regles es troben a la taula 1; és una pràctica usual definir regles per a totes les possibles combinacions dels valors difusos d'entrada; d'aquesta manera, la forma més simple de presentar-les és mitjançant un taula en què cada casella mostra el resultat de la regla que té com a premisses les entrades de la taula.

A la figura 6 es pot veure gràficament com s'apliquen aquestes regles als valors que s'han obtingut a la figura 4. La primera fila representa l'aplicació de la regla *si α és petit i $\dot{\alpha}$ és mitjana(-) llavors la força ha de ser mitjana(-)*, el resultat és un conjunt difús amb una funció característica igual al mínim entre la funció característica del conjunt difús de sortida *mitjana(-)* i el menor dels graus de pertinença de les premisses, que en aquest cas és $2/3$. La segona fila de la mateixa figura representa l'aplicació de l'altra regla amb els valors d'entrada de què es disposa. No cal considerar la resta de regles, ja que els graus de pertinença de les dues premisses és 0 per a la resta de combinacions i, per tant, el resultat d'aquestes regles és el conjunt buit, que no influeix en el resultat final. Finalment, la darrera línia d'aquesta figura representa la unió de tots els resultats

de totes les regles en el resultat final de l'etapa d'inferència.

La darrera etapa d'un sistema d'inferència difús és l'etapa de concreció. Normalment és desitjable que el resultat final del sistema d'inferència sigui un valor numèric concret que, per exemple, correspongui al valor d'una força. La derivació del valor concret a partir del conjunt difús que resulta de l'etapa anterior és la missió de la concreció. Hi ha diversos mètodes per calcular aquest valor, encara que el més utilitzat és l'anomenat *del centre de gravetat*. Aquest mètode consisteix a assignar al valor de sortida el valor de l'abscissa del centre de gravetat del conjunt difús resultant de l'etapa d'inferència. En l'exemple que s'ha seguit durant aquesta presentació aquest valor és de $F = -15,91$; el càlcul s'illustra a la figura 7.

La conjunció de les tres etapes que s'acaben d'exposar constitueix, doncs, un sistema d'inferència difús. A la secció següent es veurà com aquest sistema de referència és l'eina bàsica per dur a terme aplicacions en processament d'imatges. A Internet es poden trobar programes que implementen l'exemple de control d'un pèndol vertical que s'ha seguit en aquest apartat.¹

En aquest treball s'ha utilitzat aquest esquema d'inferència per controlar el funcionament d'altres sistemes com ara els correladors òptics. A l'apartat següent es fa un petit resum dels conceptes en que es fonamenten aquests sistemes.

La correlació òptica com a mètode de reconeixement i detecció de formes

La correlació òptica com a tècnica de processament d'imatges i d'informació va ser introduïda aproximadament al mateix temps que la lògica difusa, és a dir, a meitat dels anys seixanta (VanderLugt, 1964). Aquesta tècnica aprofita la propietat de les lents convergents (o sistemes equivalents com per exemple els teleobjectius) de formar la transformada de Fourier 2-D d'una imatge. Això permet fer l'operació de correlació entre dues imatges mitjançant un sistema òptic de manera gairebé instantània (només es necessita el temps necessari perquè la llum

¹ Es pot trobar el programa *flip11c.exe* a qualsevol mirrò del *simtel*; per exemple, en el servidor *ftp.rediris.es* aquest programa és en el directori */mirrò/simtelnet/msdos/ai*.

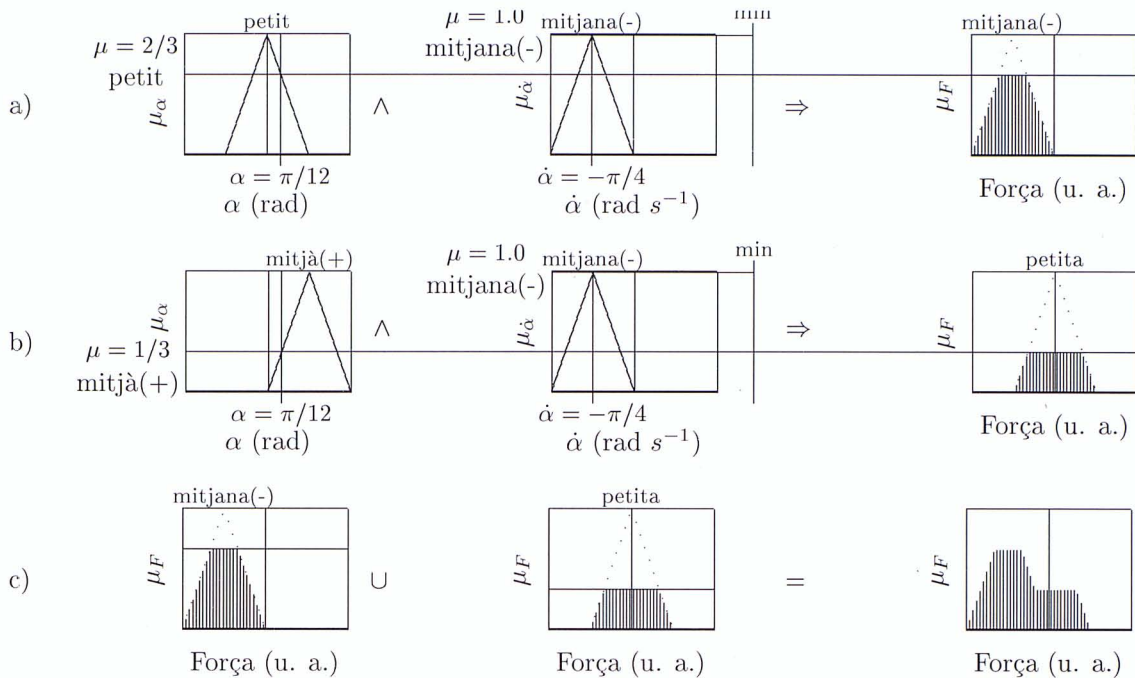


Figura 6: Exemple d'aplicació de l'etapa d'inferència. a) Si α és petit i $\dot{\alpha}$ és mitjana(-) llavors la força ha de ser mitjana(-). b) Si α és mitjà(+) i $\dot{\alpha}$ és mitjana(-) llavors la força ha de ser petita. $\alpha = \pi/12$ i $\dot{\alpha} = -\pi/4$. c) Unió dels conjunts difusos resultants de les regles d'inferència en un sol conjunt difús

viatgi del pla imatge fins al pla de la correlació; per una distància de 30 cm aquest temps és d'1 ns).

L'operació de correlació entre dues imatges representades per dues funcions complexes $g(x, y)$ i $h(x, y)$ dóna com a resultat una altra funció que es denota per $(g \otimes h)(x, y)$ i es defineix com:

$$(g \otimes h)(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x', y') h(x' - x, y' - y) dx' dy'. \quad (9)$$

El càlcul per trobar la correlació a cada punt (x, y) del resultat consisteix a fer un desplaçament amb vector (x, y) de la imatge h respecte de la g , multiplicar les dues funcions i integrar aquest producte. El resultat dóna una mesura de la similitud entre les dues imatges g i h quan es desplacen una respecte de l'altra en un vector (x, y) . Aquesta propietat s'aprofita com a mètode per detectar una forma en una imatge, fent que la funció g representi la imatge mentre la funció h contingui un model de l'objecte que es vol detectar. En el cas que la imatge g contingui el model h en algun lloc, la correlació dóna un valor alt a la posició en què es troba aquest model.

Aprofitant les propietats de la transformada de Fourier (Goodman, 1968) es pot escriure l'equació 10 en funció de les transformades de g i h ($G(u, v)$ i $H(u, v)$):

$$(g \otimes h) = \mathcal{F} \{G(u, v) \cdot H(u, v)\}, \quad (10)$$

on \mathcal{F} simbolitza la transformada de Fourier.

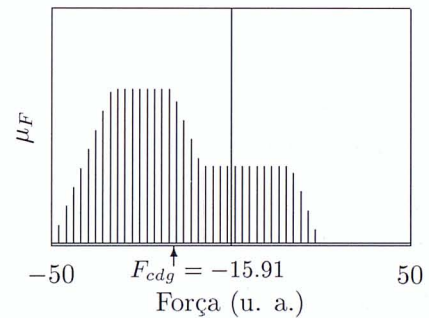


Figura 7: Etapa de concreció de l'exemple que s'ha seguit

Aquesta expressió és la que fan servir els correladors òptics per realitzar la correlació. Un dels possibles muntatges per dur-ho a terme és el que es mostra a la figura 8, que conté l'esquema del tipus anomenat *4-f de VanderLugt*. En aquest muntatge en el pla M1 s'il·lumina amb una ona plana coherent (que és la llum d'un làser col·limada) un dispositiu que modula la distribució espacial de la llum que el travessa, de manera que l'amplitud de l'ona a cada punt de l'espai és proporcional al valor de la imatge g en aquell punt. Com que la funció g és la imatge que es vol analitzar, s'anomena *escena*. Mitjançant la lent L1 es forma la imatge de difracció de Fraunhofer de l'ona modulada per la funció g en el

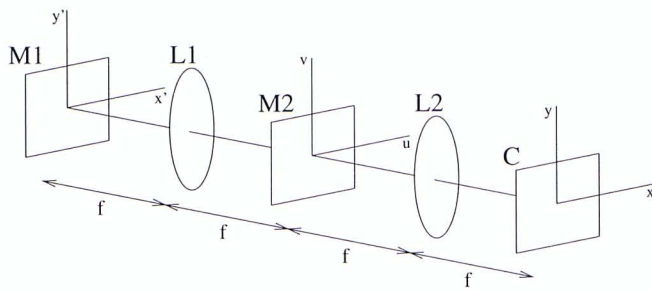


Figura 8: Esquema d'un correlador 4-f de VanderLugt

seu pla focal imatge F_1' . Aquesta imatge de difracció és precisament un front d'ona en què l'amplitud complexa representa la transformada de Fourier de g , $G(u, v)$.

Situant un segon dispositiu modulador espacial M2 al pla de la transformada de Fourier que moduli la llum segons els valors de la transformada H , s'aconsegueix fer òpticament el producte de les dues funcions G i H que apareix a l'equació 10; a la transformada H se l'anomena *filtre de correlació*, ja que la seva missió és deixar passar únicament aquelles freqüències espacials en G que corresponguin al model representat en H . La lent L2 realitza una segona transformada de Fourier, que és la que apareix explícitament a l'equació 10. Amb això s'aconsegueix que l'amplitud i fase de l'ona en el pla focal imatge de la segona lent (*pla de correlació*) estiguin modulades segons la correlació entre g i h . Mitjançant una càmera C es pot detectar la intensitat de la llum; llavors, els punts o zones amb correlació alta (pics de correlació) indiquen una probabilitat alta de trobar l'objecte que es busca.

Com a exemple de l'operació de correlació es presenta a la figura 9 la correlació de tres objectes amb un d'ells. Les imatges *a*, *b* i *c* representen les escenes, que reben els noms de *peix1*, *peix2* i *peix3* respectivament. A la segona fila la imatge *d* mostra la correlació de l'objecte *peix1* amb ell mateix mentre que *e* i *f* mostren les correlacions de *peix2* i *peix3* amb *peix1*. Si l'escena conté diferents objectes la imatge del pla de correlació contindrà diversos màxims i també podrà contenir zones amb correlació alta. Els punts del pla correlació amb una intensitat més alta es prenen com les posicions en què es troba l'objecte que es busca.

Fins aquí s'ha fet una exposició del que seria el funcionament ideal dels correladors òptics. Això no obstant, en els sistemes de detecció de formes per correlació òptica les imatges d'entrada poden patir degradacions degudes a fonts d'error en la representació de les escenes. Aquests errors consisteixen usualment en petits desalineaments del sistema òptic de captació de l'escena, desenfocaments de la càmera o la presència de soroll en el canal de transmissió fins al primer modulador espacial M1. Les degradacions tenen com a conseqüència

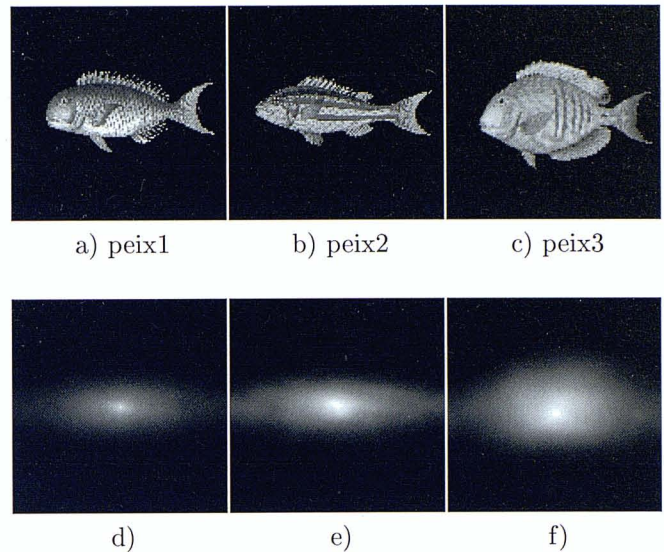


Figura 9: Exemple de correlació de diferents imatges amb un mateix model. a), b) i c) són les imatges d'entrada. d), e) i f) són la correlació de les imatges a), b) i c) amb el model que és l'objecte *peix1*

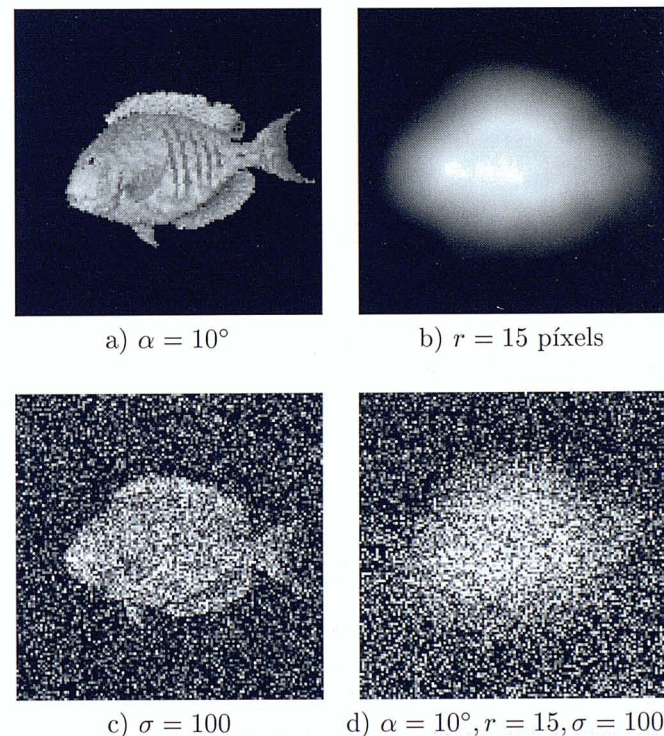


Figura 10: Exemples dels tres tipus de degradacions que s'apliquen a les escenes en l'estudi estadístic per al disseny d'un sistema d'inferència difús. a) Imatge girada. b) Imatge desenfocada. c) Imatge amb soroll afegit. d) Imatge amb les tres degradacions aplicades simultàniament

Excentricitat R	Alçada Z						
	molt baixa	baixa	mitjana baixa	mitjana	mitjana alta	alta	molt alta
molt alta	dolent	dolent	dolent	dolent	dolent	dolent	dolent
alta	dolent	mitjà	mitjà	dolent	dolent	dolent	dolent
mitjana alta	dolent	mitjà	bo	mitjà	dolent	dolent	dolent
mitjana	dolent	mitjà	bo	bo	mitjà	mitjà	mitjà
mitjana baixa	dolent	mitjà	mitjà	bo	mitjà	mitjà	mitjà
baixa	dolent	dolent	dolent	mitjà	mitjà	dolent	dolent
molt baixa	dolent	dolent	dolent	dolent	dolent	dolent	dolent

Taula 2: Conjunt de regles per al sistema d'inferència difús per al postprocessament de plans de correlació

que els màxims que apareixen en el pla de correlació no corresponguin als objectes que es volen detectar i que es produeixi, doncs, falses alarmes. És en el control d'aquestes falses alarmes on s'aplicaran les possibilitats dels sistemes d'inferència difusos.

Millora de la qualitat de la detecció d'un correlador amb un sistema d'inferència difús

L'objectiu concret del treball que s'ha desenvolupat i que es presenta en aquest article és seleccionar els màxims de les correlacions que corresponguin a deteccions d'objectes i rebutjar la resta de màxims. Per fer-ho s'aplica un postprocessament basat en la idea de fer servir la informació de l'alçada del màxim conjuntament amb altres característiques dels pics de correlació que puguin ser útils per fer-la entre pics correctes i pics erronis. Una d'aquestes altres característiques que pot ser determinant és la forma dels màxims: observant les correlacions de la figura 9 es pot veure que el pic d'autocorrelació d és més estret que els de correlació encreuada. D'altra banda, el pic de correlació amb l'objecte *peix2* és més allargat que el d'autocorrelació; en canvi, el de correlació encreuada amb *peix3* és més arrodonit. Aquests conceptes morfològics són fàcils d'entendre encara que la seva definició i quantificació són força subjectives. Per aquest motiu, la lògica difusa ofereix un marc de treball idoni per incloure aquestes informacions en el processament.

Així doncs, la intenció és fer servir un sistema d'inferència difús que combini la informació de l'alçada d'un màxim amb la de la seva forma perquè aquest sistema d'inferència difús decideixi si el màxim en estudi correspon o no a l'objecte que es vol detectar. Per definir el sistema d'inferència difús s'han de seguir els passos que s'han exposat a la secció anterior: en primer lloc, cal definir unes variables que puguin caracteritzar el sistema que es vol controlar, que en el nostre cas és el pla de correlació. Les variables que s'han escollit en aquest cas són, d'una banda, l'alçada del màxim Z i, de l'altra, la seva excentricitat R . Aquesta excentricitat es defineix com la raó entre les seves amplades horitzontal i vertical

a meitat d'alçada (Δx i Δy):

$$R = \frac{\Delta x}{\Delta y}. \quad (11)$$

Aquesta definició de l'excentricitat és arbitrària i podria ser qualsevol altra, però cal tenir en compte que l'única missió d'aquesta variable és obtenir valors numèrics que després seran traduïts a valors difusos; per això, el fet que la definició sigui absolutament objectiva no és un aspecte crític.

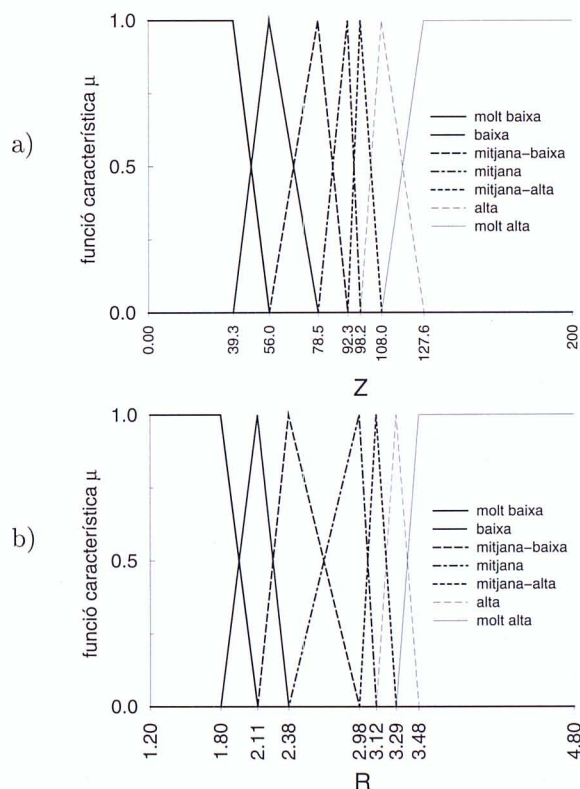


Figura 11: Conjunts difusos d'entrada per al sistema d'inferència per classificar pics de correlació. a) Conjunts difusos per a la variable Z . b) Conjunts difusos per a la variable R

La definició dels conjunts difusos d'entrada es fa usu-

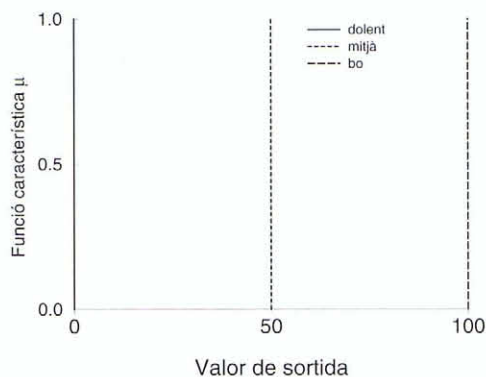


Figura 12: Conjunts difusos de sortida per al sistema d'inferència per classificar pics de correlació

alment partint de l'experiència prèvia que es pugui tenir del sistema que es vol controlar. En el cas present, el que s'ha fet és realitzar un estudi estadístic de com varien els valors de Z i R per a diferents objectes i per a diferents nivells de degradació en un rang relativament ampli. Les degradacions que s'han aplicat als objectes són:

- Un lleu gir de la imatge que modelitza el possible desalineament del sistema de captació de les escenes.
- Una convolució amb un cercle de radi petit que simula un desenfocament.
- L'addició de soroll que pot introduir el sistema de captació o canal de transmissió de les dades.

Un exemple d'aquestes tres degradacions es pot veure a la figura 10. D'aquest estudi s'ha pogut extreure el comportament de les variables Z i R respecte a aquestes degradacions, cosa que ha permès fer la definició dels conjunts difusos d'entrada que es mostren a la figura 11.

El pas següent és establir l'etapa d'inferència. Per això, primer es defineixen els conjunts difusos de sortida i sobre la base d'aquests i dels d'entrada es defineixen les regles. En aquest treball s'ha optat per fer servir conjunts de sortida que contenen un únic element amb grau de pertinença 1; per tant, es tracta, de fet, de conjunts clàssics que en la bibliografia s'anomenen *singletons*. S'han definit tres singletons: un amb valor lingüístic *dolent* i valor numèric 0, un altre de *mitjà* i de valor 50, i un darrer de *bo* i amb valor 100. Aquests conjunts representen diferents qualificacions que pot rebre un pic. Es pot veure una representació d'aquests conjunts a la figura 12. Tot i que aquesta definició dels conjunts de sortida és simple, és suficient per a l'aplicació que es vol dur a terme. Una definició més complexa no aporta resultats significativament millors. Les regles també s'han definit sobre la base dels resultats de l'estudi estadístic,

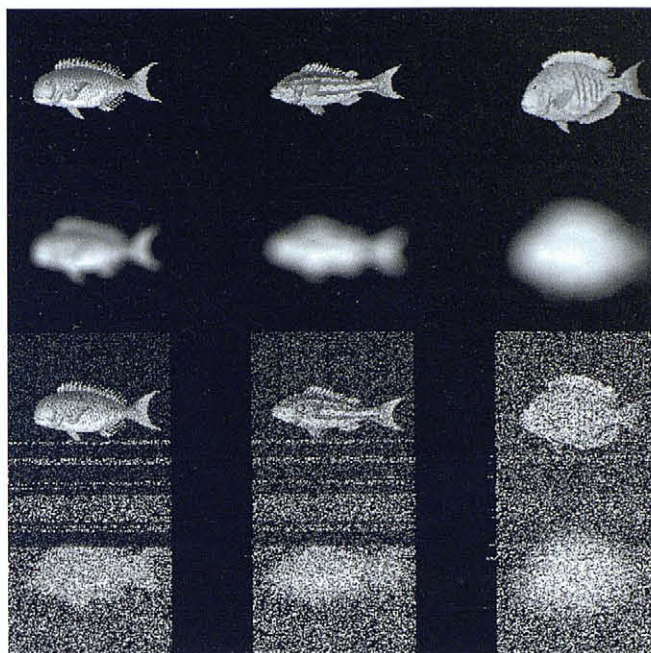


Figura 13: Exemple d'aplicació de sistema d'inferència difús al postprocessament d'un pla de correlació: escena sintètica amb diferents objectes i amb diferents nivells de degradació

essencialment expressen quines combinacions d'alçada i excentricitat corresponen a pics correctes i, per tant, donen la sortida *bo*; les combinacions que es troben a la frontera entre els màxims bons i la resta tenen sortida *mitjà*; i, finalment, les combinacions que cal rebutjar donen el resultat *dolent*. El conjunt de totes les regles es resumeix a la taula 2.

Com a exemple de l'aplicació d'aquest sistema d'inferència es presenta el procés de correlació i postprocessament per a una escena sintètica que conté diferents objectes amb diferents degradacions en un rang ampli de graus. Aquesta escena es mostra a la figura 13; els objectes estan disposats per columnes mentre que a cada fila hi ha un tipus de degradació. A la primera fila hi ha els girs, a la segona els desenfocaments, a la tercera el soroll afegit i, finalment, a la quarta s'hi han aplicat totes les degradacions simultàniament; a la taula 3 es mostra el valor concret de les degradacions aplicades a cada objecte.

Prenent l'objecte *peix1* com a model, es realitza la correlació i s'obté el pla de correlació que es mostra a la figura 14 en forma d'imatge i també de representació 3-D. Es pot veure que hi ha màxims amb una alçada més gran que la de l'objecte que es vol detectar i que corresponen a un altre objecte. Això pot conduir a errors en la detecció. Per fer el postprocessament es calcula per a cada pic el valor de l'alçada del màxim Z i el de la seva excentricitat R i es fan servir com a entrades del sistema d'inferència difús. La sortida del sistema d'in-

Degradació (files)	Objecte (columnes)		
	peix1	peix2	peix3
gir ($^{\circ}$)	3	6	10
desenfocament (píxels)	5	10	15
soroll (σ)	25	50	100
gir ($^{\circ}$) +	3	6	10
desenfocament (píxels) +	5	10	15
soroll (σ)	25	50	100

Taula 3: Valors de les degradacions aplicades als objectes de la figura 13. Pel desenfocament es mostra el radi del cercle amb què s'ha convolucionat la imatge, mentre que pel soroll es mostra la desviació estàndard del nivell de gris que pot tenir cada píxel

ferència és un valor entre 0 i 100 que es fa servir per decidir si el pic és de detecció o bé és una falsa alarma. El criteri que s'ha seguit per considerar si un màxim és de detecció, és que el valor de sortida del sistema difús sigui més gran de 50, i es rebutgen els màxims que no compleixin aquest criteri.

La taula 4 conté un resum dels resultats que s'obtenen per a aquest exemple. Cada entrada de la taula conté els valors de Z i R que caracteritzen el pic de correlació corresponent a cadascun dels objectes de la figura 13. A cada entrada també es mostra el valor de sortida del sistema d'inferència difús. Els valors més alts de 50 són els de la primera columna, que són els que corresponen a l'objecte que es vol detectar. La resta d'objectes donen pics amb unes característiques Z i R que fan que el sistema d'inferència els rebutgi com a pics de detecció. Les proves que s'han fet amb aquest sistema d'inferència han mostrat que és capaç de postprocessar les correlacions de manera correcta en un rang força ampli de les degradacions que s'han considerat en l'estudi.

Conclusions

Aquest treball és una mostra de les possibilitats de la lògica difusa en el camp del processament d'imatges. S'ha vist com, utilitzant un sistema relativament simple, es pot realitzar un tasca que no hauria estat possible amb sistemes equivalents basats en lògica clàssica. De totes maneres hi ha altres mètodes de fer la classificació dels pics de correlació, com per exemple les xarxes neuronals, que poden fer aquesta tasca. Una possibilitat interessant d'estudiar és la de combinar aquests sistemes amb els conceptes relacionats amb la lògica difusa. Així es pot dotar de capacitat d'aprenentatge el sistema i d'adaptació els sistemes d'inferència difusos que s'han introduït en aquest treball si es combinen amb xarxes neuronals.

L'avantatge principal que ofereix la lògica difusa enfront d'altres sistemes de classificació és que permet utilitzar la informació sobre la forma del pic, que és

difícil de tractar, ja que té una definició subjectiva. L'altre avantatge que ofereixen els sistemes d'inferència difusos és que permeten introduir en el sistema aquells coneixements de caire empíric que es puguin tenir sobre

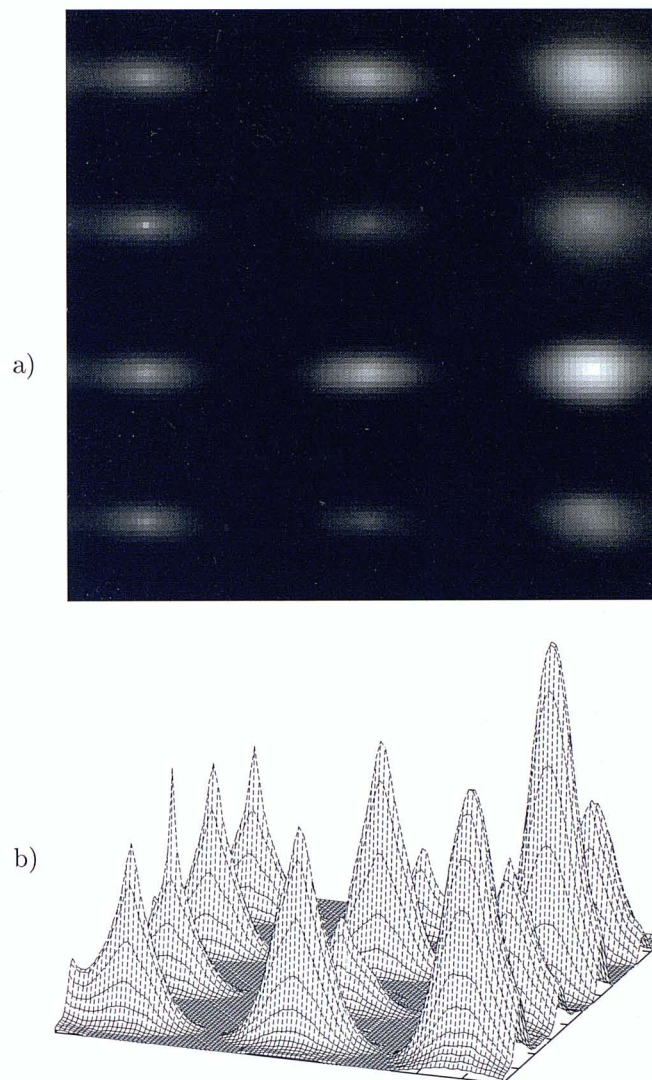


Figura 14: a) Correlació de l'escena de la figura 13 amb l'objecte peix1 tal com es capta amb una càmera en el pla de correlació. b) Representació de la correlació en forma de superfície

el sistema que es vol controlar. Aquests coneixements es poden veure reflectits en els conjunts difusos d'entrada que cal definir o en el resultat que dona cada regla.

Amb aquest treball s'ha mostrat la utilitat de la lògica difusa en un aspecte concret del processament d'imatges. Caldrà veure si en un futur aquest mètode es pot millorar amb els refinaments que s'han suggerit a l'apartat anterior i si es poden estendre les aplicacions de la lògica difusa a altres aspectes del processament.

Objecte (columnes)		
<i>peix1</i>	<i>peix2</i>	<i>peix3</i>
(73,73;2,47) → 66,5	(100,78;3,10) → 16,1	(68,62;1,70) → 0
(81,96;3,00) → 93,8	no detectat	(154,51;2,04) → 0
(96,07;2,40) → 67,3	(96,47;3,12) → 21,4	(74,12;2,18) → 17,4
(78,43;2,93) → 96,4	no detectat	(123,14;1,62) → 0

Taula 4: Resultats del postprocessament. Cada casella correspon a un dels objectes de la figura 13. Els valors estan ordenats segons el conveni " $(Z;R) \rightarrow$ sortida". Els pics no detectats no es consideren en el postprocessament perquè tenen una correlació massa baixa

Referències

- GOODMAN, J. W., *Introduction To Fourier Optics*, McGraw-Hill (Nova York, 1968).
- JUVELLS, I., CARNICER, A. i VALLMITJANA, S., Reconeixement d'imatges, *Revista de Física*, **1**, (1991).
- JANG, J. S. R. i SUN, Ch. T., Neuro-Fuzzy Modelling and Control, *Proceedings of the IEEE*, **83** (3), 378-406 (1995).
- ROMERA, G., FERNÁNDEZ HIDALGO, P., CARNICER, A., JUVELLS, I. i VALLMITJANA, S., Lents Hologràfiques. Aplicació a un sistema de detecció d'imatges exclusivament difractiu, *Revista de Física*, **11**, (1996).
- VANDELUGT, A., Signal detection by complex spatial filtering, *IEEE Trans. Inform. Theory*, **IT-10**, 139 (1964).
- ZADEH, L. A., Fuzzy sets, *Inf. Control*, **8**, 338-353 (1965).